Université de Tiaret **Année 2019/2020 (CM : B. A/MALEK)**
Faculté des mathématiques et de l'informatique
Département informatique
1ère ***Année Master « Génie Informatique+ Réseau&Télécom»***

Matière : « ORO: Optimisation en Recherche Opérationnelle »
Optimisation combinatoire (OC)

Fiche TD N° 02

(La modélisation des problèmes combinatoire)

Exercice N°01 :

Soit G = (S, E) un graphe non orienté. Un recouvrement de G est un sous-ensemble X de S tel que toute arête de E a au moins l'une de ses extrémités dans X. Etant donné un graphe G, on cherche donc un recouvrement de cardinalité minimale.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°02 :

On considère le problème suivant : n objets de poids respectifs P_i et de regret r_i. On se donne également un entier P. on appelle regret d'un sac la somme des regrets des objets qui ne sont pas dans le sac. On cherche à construire un sac de poids inférieure ou égale à P qui soit de regret minimal.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°03 :

Soit O un ensemble de m objets. Un objet o_i est désigné par un prix p_i et un volume $v_{i.}$ Il s'agit alors de sélectionner un sous-ensemble d'objets de O de manière à ne pas dépasser un volume seuil V_{max} et de maximiser le prix des objets sélectionnés.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°04 :

Etant donné n objets, l'objet i est caractérisé par un poids p_i et une utilité w_i. On se donne une valeur W et l'on cherche à déterminer un sous-ensemble d'objets de poids minimum dont la somme des utilités est au moins W.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°05 :

On considère un ensemble de m boites identiques et un ensemble de n objets dont on connaît le poids. Sachant que les boites ne peuvent supporter qu'un poids maximum C, combien faudra-t-il au minimum le nombre de boites pour y ranger l'ensemble des objets considérés.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°06 :

Soit G = (X, U), un graphe dans lequel l'ensemble X des sommets représente les villes à visiter, ainsi que la ville de départ de la tournée, et U, l'ensemble des arcs de G, représente les parcours possibles entre les villes. À tout arc $(i, j) \in U$, on associe la distance de parcours $d_{i,j}$ de la ville i à la ville j. La langueur d'un chemin dans G est la somme des distances associées aux arcs de ce chemin. On cherche à trouver un circuit hamiltonien (i.e., un chemin fermé passant exactement une fois par chacun des sommets du graphe) de longueur minimale dans G.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°07 :

On considère un ensemble de personnes $P = \{1, \dots, n\}$ qui doivent travailler en binôme sur des projets (on suppose que *n* est pair). Chaque personne possède une capacité c_i connue à l'avance et qui mesure son efficacité au travail :

- Plus le c_i est petit, plus la personne est rapide dans l'exécution de sa part du projet.
- Si on constitue un binôme entre deux personnes i et j alors le temps qui mettra le binôme pour terminer son projet est $c_i + c_j$
- on dispose de plus d'un graphe d'incompatibilité G = (P, A) avec : P : l'ensemble des sommets (personnes) et A : arête {i, j} → signifier que les personnes i et j ne peuvent pas être en binôme.
- Le but est de répartir les personnes en binôme compatible de sorte que tous les projets soient terminés en un minimum de temps (les binômes travaillent en parallèle)

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°08 :

Soit un ensemble de n tâches à réaliser. Soit un ensemble de n personnes aptes à réaliser ces tâches, avec pour chaque paire tâche-personne un coût associé à l'affectation de cette tâche à cette personne. Ce coût peut représenter n'importe quelle quantité comme le temps nécessaire à la réalisation de cette tâche par cette personne ou le prix à payer pour cette affectation. Il est supposé additif (le coût d'une affectation globale est la somme des coûts des affectations individuelles). On cherche donc à déterminer une affectation de chaque tâche à une personne et une seule qui soit de moindre coût.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°09 :

Un atelier de production dispose de deux machines qui peuvent fonctionner en parallèle. En début de mois un ensemble de commandes (tâches) est proposé à l'atelier pour la réalisation. La plupart du temps, il y en a trop pour être réalisées. Le responsable d'atelier doit donc décide quelles sont les commandes qui sont acceptées par son atelier (celles qui peuvent être réalisées dans le mois), et sur quelle machine elles s'effectuent. Pour une tâche i la durée n'est pas la même selon la machine qu'on utilise (durées respectives a_i et b_i). De plus, le fait d'accepter une tâche i induit un profit w_i pour l'entreprise qui peut la facturer au client. On cherche donc à ordonnancer les tâches sur les deux machines de sorte que la durée des tâches sur chacune des machines soit inférieure à la durée ouvrable du mois M en maximisant le profit de l'atelier.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?

Exercice N°10 :

Un atelier contenant m machines, doit fabriquer n produits. Chaque produit peut ou bien être entièrement fabriqué par une machine sélectionnée ou bien il ne peut pas l'être. Avec pour chaque paire produit-machine un temps associé à la fabrication de ce produit sélectionné par cette machine et chaque machine est caractérisée par un temps total de travail.

On cherche donc à déterminer une affectation des produits aux machines en minimisant le coût total.

Question : Modéliser ce problème à l'aide d'un programme mathématique ?