«ORO: *O*ptimisation en *R*echerche *O*pérationnelle» Solution d'Examen final **Durée : 01h30mn**

Exercice N°01 : Questions de cours (6.50 points)

Répondre par vrai ou faux avec une phrase d'explication sur les questions suivantes :

1- *Les algorithmes génétiques sont des méthodes répétitives engendrant de nouvelles populations à partir des précédentes.* **(1,00 point)**

Vrai **:** *car les algorithmes génétiques reproduisent de nouvelles populations à partir de précédentes selon l'itération des deux phases (la phase de sélection (basée sur l'opérateur de la sélection) et la phase de reproduction basée les opérateurs génétiques (croisement et mutation)).*

2- *La Recherche tabou utilise une mémoire pour poursuivre la recherche de solution même lorsqu'un optimum local est rencontré.* **(1,00 point)**

Faux **:** *car la recherche tabou utilise le(s)critère(s) d'aspiration pour poursuivre la recherche de la solution même lorsqu'un optimum local est rencontré.*

3- *Avec les métaheuristiques, nous avons la garantie de trouver une solution exacte pour un problème donné même si l'optimum local est rencontré.* **(1.00 point)**

Faux **:** *car avec les métaheuristiques, nous avons la garantie de trouver une solution approchée pour un problème donné même si l'optimum local est rencontré.*

4- *Les opérateurs génétiques (croisement et mutation) ne sont pas utilisés pour évaluer les individus dans les algorithmes génétiques.* **(1,50 points)**

Vrai **:** *car les opérateurs génétiques (croisement et mutation) sont utilisés dans la phase de reproduction afin de générer une nouvelle population.*

5- *Les méthodes évolutionnistes sont-elles intéressantes que les méthodes trajectoires.* **(1,00 point)**

Vrai *: car :*

1- *les méthodes évolutionnistes démarrent d'un ensemble de solutions pour rechercher la solution approchée, et les méthodes trajectoires démarrent d'une seule solution.*

2- *les méthodes évolutionnistes sélectionnent les meilleures solutions pour rechercher la solution approchée contrairement aux méthodes trajectoires.*

3- *…………*

6- *La méthode recuit simulé est-elle plus efficace que la recherche tabou.* **(1,00 point)**

Faux **:** *car la recherche tabou a été introduite pour corriger les inconvénients de la méthode recuit simulé tels que : la redondance de traitement d'une solution plusieurs fois….*

Exercice N°02 : modélisation (6.50 points)

Un atelier possède une quantité importante $\{1, \dots, M\}$ *de barres de fer de taille identique* t *qui ont été produites en série. Sur une période donnée, l'atelier reçoit* k *commandes* $\{1, \dots, k\}$ *: chaque commande* $c \in \{1, \dots, k\}$ *correspond à la demande de* k_c *barres de fer de la même longueur* $t_c \leq t$. *On suppose que chaque commande correspond à une taille distincte des autres commandes. L'atelier désire de diminuer le nombre de barres initiales qui doivent être découpées pour produire les barres demandées. On suppose dans tout l'exercice que* $k \leq M$.

NB **:** ***que le programme mathématique (la modélisation) de cet exercice n'est pas unique, on peut avoir plusieurs programmes mathématiques (modélisations) ---------→ plusieurs solutions.***

Questions :

1- *Quelles sont les variables de décision du problème ? Expliquer* (**2,00 points**)

Le modèle correspondant utilise deux types de variables de décision :

$$y_j = \begin{cases} 1 \text{ si la barre } j \text{ est sélectionnée pour le découpage} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$ **(1.00 point)**

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si une barre } i \text{ de taille } t_c \text{ est découpée de la barre } j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$ **(1.00 point)**

Avec : $i = 1,..,k_c, j = 1,..,M \text{ et } c = 1,..,k$

2- *Donnez l'expression mathématique des contraintes du problème ? Expliquer* (**2,50 points**)

Les contraintes :

$$\forall i = 1,..,k_c, \forall j = 1,..,M \quad x_{ij} \in \{0,1\} \text{ et } y_j \in \{0,1\}$$

- ***Le nombre de barres initiales j découpées en barres i de taille t_c = la demande de k_c barres de fer.***

$$\sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1}^{k_c} x_{ij} = k_c \qquad \forall c = 1,..,k$$ (**1.00 point**)

- ***La somme des tailles (t_c) des barres coupées de la barre initiale j soit inférieure ou égale à la taille de cette dernière (t).***

$$\sum_{i=1}^{k_c} t_i x_{ij} \leq t y_j \qquad \forall j = 1,..,M$$ (**1.00 point**)

- ***Chaque barre de fer i de taille (t_c) appartenant à une et une seule barre initiale j de taille (t).***

$$\sum_{j=1}^{M} x_{ij} = 1 \qquad \forall i = 1,..,k$$ (**0.50 point**)

3- *Donnez l'expression mathématique de la fonction à optimiser ? Expliquer* (**2,00 points**)

La fonction objectif :

− ***L'atelier désire de diminuer (MINIMISER) le nombre de barres initiales qui doivent être découpées pour produire les barres demandées***

$$f(y_j) = \underbrace{Min}_{0.50 \text{ point}} \underbrace{\sum_{j=1}^{M} y_j}_{1.50 \text{ point}}$$ (**2.00 points**)

Exercice N°03 : modélisation (7.00 points)

Une entreprise produisant des produits veut s'implanter sur une nouvelle zone géographique. Ces produits sont la matière première de nombreux objets industriels. L'entreprise a démarché n clients et prévoit de vendre, d_i tonnes de produits à chaque client $i \in \{1, \dots, n\}$. L'entreprise dispose de m sites potentiels $S_1, \dots, S_m$ pour installer ses usines. On a évalué à C_j dinars le coût d'installation d'une usine sur le site S_j, $j = 1, \dots, m$. Les usines prévues ne sont pas toutes de même capacité de production : un site S_j aura une capacité de M_j tonnes de produits, $j = 1, \dots, m$. On suppose que le coût de production est indépendant du lieu de production. Enfin, on connaît les coûts de transports par tonne C_{ij} entre un client i et un site S_j. L'entreprise souhaite déterminer les sites sur lesquels établir ses usines pour pouvoir satisfaire la demande de ses clients tout en minimisant le coût total (installation et livraison).

***NB** : que le programme mathématique (la modélisation) de cet exercice n'est pas unique, on peut avoir plusieurs programmes mathématiques (modélisations) ---------→ plusieurs solutions.*

Questions :

1- *Quelles sont les variables de décision du problème ? Expliquer (2,00 point)*

Le modèle correspondant utilise deux types de variables de décision :

$$x_j = \begin{cases} 1 \text{ si un usine est installer sur le site } j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$ **(1.00 point)**

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si le client } i \text{ est servi par l'usine installé en site } j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$ **(1.00 point)**

Avec : $i = 1, .., n, j = 1, .., m$

2- *Donnez l'expression mathématique des contraintes du problème ? Expliquer* (**2,50 points**)

Les contraintes :

$$\forall i = 1, .., n, \forall j = 1, .., m \quad \underbrace{x_j \in \{0, 1\}}_{0.25\ point} \ et \ \underbrace{y_{ij} \in \{0, 1\}}_{0.25\ point}$$ **(0.50 point)**

- ***Chaque client i possède une certaine demande d_i à satisfaire.***

$$\sum_{j=1}^{m} Q_{ij} * y_{ij} = d_i \quad \forall i = 1, .., n$$ **(1.00 point)**

- ***Chaque usine (éventuel) j possède une capacité maximale M_j.***

$$\sum_{i=1}^{n} Q_{ij} * y_{ij} \le M_j * x_j \quad \forall j = \{1, .., M\}$$ **(1.00 point)**

Avec : Q_{ij}: *représentant la quantité fournie au client i à partir d'usine installé en site j*

3- *Donnez l'expression mathématique de la fonction à optimiser ? Expliquer* (**2,50 points**)

La fonction objectif :

- ***L'entreprise souhaite déterminer les sites sur lesquels établir ses usines pour pouvoir satisfaire la demande de ses clients tout en minimisant le coût total (installation et livraison).***
  - ***Avec C_j le coût d'installation d'une usine sur le site j, $j = 1, \ldots, m$.***
  - ***Avec C_{ij} les coûts de transports par tonne entre un client i et un site j***

$$f(x_j, y_{ij}) = \underbrace{Min}_{0.50\ point} \underbrace{\sum_{j=1}^{m} C_j * x_j}_{0.75\ point} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} C_{ij} * Q_{ij} * y_{ij}}_{1.25\ point}$$ **(2.50 points)**

***Responsable du module** : A. BENGHENI*

Date d'affichage
23/02/2020