

«**ORO: Optimisation en Recherche Opérationnelle**»

Examen de remplacement

**Exercice N°01 : Questions de cours (6.00 points)**

Répondre par une phrase d'explication sur les questions suivantes :

- 1- Quelle est la différence entre les trois méthodes trajectoires étudiées dans le cours? (1,50 points)
- 2- Quelle est l'utilité de l'utilisation de la loi de distribution de Boltzmann dans l'algorithme de la méthode recuit simulé ? (1,50 points)
- 3- Que signifie le mot tabou dans la recherche (la méthode) tabou et quel est l'intérêt de l'utilisation de cette méthode? (1,50 points)
- 4- A quoi sert le critère d'aspiration de la recherche (la méthode) tabou ? (1,50 points)

**Exercice N°02 : modélisation (7.00 points)**

Soit un ensemble de  $n$  enseignants qui doivent enseigner  $m$  matières. Chaque matière peut ou bien être entièrement enseigné par un enseignant sélectionné ou bien elle ne peut pas l'être. Avec pour chaque paire enseignant-matière une durée de temps associé à l'enseignement de cette matière sélectionnée par cet enseignant et chaque enseignant à un temps de travail total d'enseignement. On cherche donc à déterminer une affectation des matières aux enseignants de telle sorte qu'on peut maximiser le rendement d'un enseignant dans sa mission d'enseignement.

**Questions :**

- 1- Quelles sont les variables de décision du problème ? Expliquer (1,00 point)
- 2- Donnez l'expression mathématique des contraintes du problème ? Expliquer (3,50 points)
- 3- Donnez l'expression mathématique de la fonction à optimiser ? Expliquer (2,50 points)

**Exercice N°03 : modélisation (7.00 points)**

Soit un ensemble de  $n$  tâches à effectuer sur une machine. Cette machine fonctionne selon deux modes différents. Les durées de la réalisation d'une tâche  $i$  selon le mode 1 ou selon le mode 2 sont  $x_i$  et  $y_i$  respectivement. La sélection d'un mode pour réaliser une tâche  $i$  produise un coût énergétique :  $c_1$  pour le mode 1, et  $c_2$  pour le mode 2. On cherche donc à associer à chaque tâche un mode de la machine selon lequel elle sera réalisée, de sorte que la durée totale de l'ordonnancement des tâches ne dépasse pas une valeur donnée  $T$  (on supposera que l'on fait les tâches en séquence, une fois qu'on a décidé du mode de chacune), afin que la dépense totale d'énergie soit minimale.

**Questions :**

- 1- Quelles sont les variables de décision du problème ? Expliquer (1,50 point)
- 2- Donnez l'expression mathématique des contraintes du problème ? Expliquer (3,00 points)
- 3- Donnez l'expression mathématique de la fonction à optimiser ? Expliquer (2,50 points)

**Bonne chance**

«**ORO: Optimisation en Recherche Opérationnelle**» **Solution d'Examen de remplacement** Durée : 01h00mn

**Exercice N°01 : Questions de cours (6.00 points)**

Répondre par une phrase d'explication sur les questions suivantes :

1- *Quelle est la différence entre les trois méthodes trajectoires étudiées dans le cours? (1,50 points)*

<i>La différence entre les trois méthodes trajectoires étudiées dans le cours</i>		
<u><i>Méthode de descente</i></u>	<u><i>Méthode de recuit simulé</i></u>	<u><i>Méthode (recherche) tabou</i></u>
<i>Elle s'arrête au 1er optimum local rencontré.</i>	<i>poursuivre la recherche de la solution même lorsqu'un optimum local est rencontré à l'aide de l'utilisation de la loi de Boltzmann.</i>	<i>poursuivre la recherche de la solution même lorsqu'un optimum local est rencontré à l'aide de l'introduction de(s) critère (s) d'aspiration.</i>
	<i>Les solutions peuvent être traitées plusieurs fois.</i>	<i>Chaque solution est traitée une et une seule fois par l'introduction d'une liste (mémoire) tabou.</i>
<i>.....</i>	<i>.....</i>	<i>.....</i>

2- *Quelle est l'utilité de l'utilisation de la loi de distribution de boltzmann dans l'algorithme de la méthode recuit simulé ? (1,50 points)*

*L'utilité de l'utilisation de la loi de distribution de boltzmann dans l'algorithme de la méthode recuit simulé est pour poursuivre la recherche de la solution même lorsqu'un optimum local est rencontré ainsi que pour calculer le pourcentage ou la probabilité d'acceptation d'une solution retenue.*

3- *Que signifie le mot tabou dans la recherche (la méthode) tabou et quel est l'intérêt de l'utilisation de cette méthode? (1,50 points)*

*Le mot tabou signifie de ne pas toucher (interdit de toucher) aux mouvements déjà mémorisés dans la liste tabou). L'utilisation de la méthode (ou recherche) tabou à plusieurs intérêts tels que :*

- L'évitement de traiter une solution plusieurs fois (l'inconvénient de la méthode de recuit simulé) en introduisant une mémoire (liste tabou),*
- La poursuivre la recherche de la solution même lorsqu'un optimum local est rencontré en utilisant le(s) critère(s) d'aspiration.*
- .....*

4- *A quoi sert le critère d'aspiration de la recherche (la méthode) tabou ? (1,50 points)*

*Le critère d'aspiration sert à poursuivre la recherche de la solution même lorsqu'un optimum local est rencontré.*

**Exercice N°02 : modélisation (7.00 points)**

***NB : que le programme mathématique (la modélisation) de cet exercice n'est pas unique, on peut avoir plusieurs programmes mathématiques (modélisations) ----- → plusieurs solutions.***

**Questions :**

1- *Quelles sont les variables de décision du problème ?*

*Le modèle correspondant utilise une variable de décision :*

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si l'enseignant } i \text{ est sélectionné pour enseigner la matière } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.00 \text{ point})$$

**Avec :  $i = 1, \dots, n$  et  $j = 1, \dots, m$**

2- Donnez l'expression mathématique des contraintes du problème ?

Les contraintes :

$$\forall i = 1, \dots, n, \forall j = 1, \dots, m \quad x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (0.50 \text{ point})$$

Chaque enseignant  $i$  est caractérisé par une durée de temps total d'enseignement noté par :

$$t_i \text{ avec } i = 1, \dots, n$$

Le temps pris par l'enseignant  $i$  pour enseigner la matière  $j$  est noté par :

$$t_{ij} \text{ avec } i = 1, \dots, n \text{ et } j = 1, \dots, m$$

- Chaque matière peut ou bien être entièrement enseigné par un enseignant sélectionné ou bien elle ne peut pas être.

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (1.50 \text{ point})$$

- Chaque enseignant à un temps de travail total d'enseignement.

$$\sum_{j=1}^m t_{ij} * x_{ij} \leq t_i \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (1.50 \text{ point})$$

3- Donnez l'expression mathématique de la fonction à optimiser ?

La fonction objectif :

- On cherche donc à déterminer une affectation des matières aux enseignants de telle sorte qu'on peut maximiser (maximiser) le rendement d'un enseignant dans sa mission d'enseignement.

-  $R_{ij}$  : Le rendement d'enseignement de la matière  $j$  par l'enseignant  $i$

$$f(x_{ij}) = \underbrace{\text{Max}}_{0.50 \text{ point}} \underbrace{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{ij} * x_{ij}}_{2.00 \text{ point}} \quad (2.50 \text{ points})$$

### Exercice N°03 : modélisation (7.00 points)

**NB : que le programme mathématique (la modélisation) de cet exercice n'est pas unique, on peut avoir plusieurs programmes mathématiques (modélisations) -----  $\rightarrow$  plusieurs solutions.**

### Questions :

1- Quelles sont les variables de décision du problème ?

Le modèle correspondant utilise une variable de décision :

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{si la tâche } i \text{ est rélaiser sur la machine selon le mode 1} \\ 0 & \text{(sinon) si la tâche } i \text{ est rélaiser sur la machine selon le mode 2} \end{cases} \quad (1.50 \text{ point})$$

Avec :  $i = 1, \dots, n$

2- Donnez l'expression mathématique des contraintes du problème ?

Les contraintes :

$$\forall i = 1, \dots, n, \quad z_i \in \{0, 1\}$$

(0.50 point)

- On cherche donc à associer à chaque tâche un mode de la machine selon lequel elle sera réalisée, de sorte que la durée totale de l'ordonnancement des tâches ne dépasse pas une valeur donnée  $T$

$$\sum_{i=1}^n x_i * z_i + \sum_{i=1}^n y_i * (1 - z_i) \leq T$$

(2.50 points)

Avec : Les durées de la réalisation d'une tâche  $i$  selon le mode 1 ou selon le mode 2 sont  $x_i$  et  $y_i$  respectivement.

3- Donnez l'expression mathématique de la fonction à optimiser ?

La fonction objectif :

- On cherche donc à associer à chaque tâche un mode de la machine selon lequel elle sera réalisée, de sorte que la durée totale de l'ordonnancement des tâches ne dépasse pas une valeur donnée  $T$ , afin que la dépense totale d'énergie soit minimale.

- Avec La sélection d'un mode pour réaliser une tâche  $i$  produise un coût énergétique :  $c_1$  pour le mode 1, et  $c_2$  pour le mode 2.

$$f(x_j, y_{ij}) = \text{Min} \left( \sum_{i=1}^n c_1 * z_i + \sum_{i=1}^n c_2 * (1 - z_i) \right)$$

(2.50 points)

0.50  
point

0.75  
point

1.25  
point

Responsable du module : A. BENGHANI

