

Université IBN KHALDOUN Tiaret
Faculté des mathématiques et informatique
Département de l'Informatique
1^{er} LMD, 2018-2019

Electrostatique

L'électrostatique est une partie de la physique, plus précisément de l'électricité, qui s'intéresse au comportement des charges électriques permanentes (invariantes dans le temps) et immobiles (statiques) ainsi qu'aux forces produites par leurs interactions, observables par l'homme dans son environnement.

1. Phénomène d'électrisation

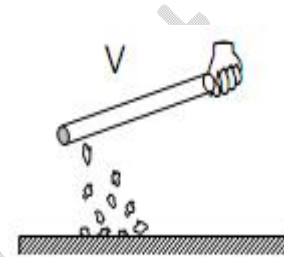
1. 1. Introduction

Le phénomène d'électrisation a été découvert par le mathématicien grec Thales de Milet (624-547 avant Jésus-Christ) lorsqu'il observa l'attraction de brindilles de paille par de l'ambre jaune.

Tous les corps s'électrisent, on dispose de plusieurs moyens pour le faire:

a- Par frottement;

Si l'on frotte une baguette (ambre, verre, ébonite, matière plastique...) contre un chiffon quelconque (peau de chat, tissu de laine, drap...) on observe que la baguette est capable d'attirer de fins objets (chevaux, duvet, confettis) ;



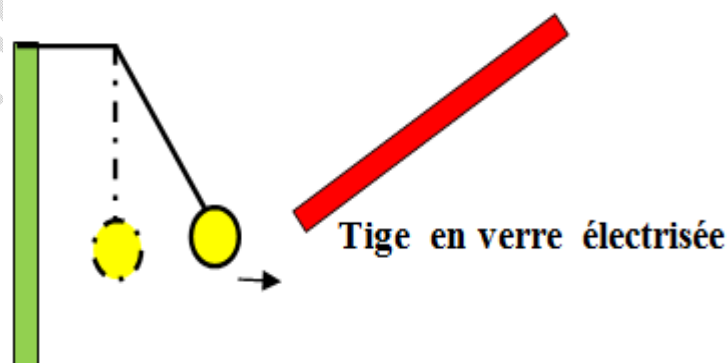
Elle s'explique par l'arrachement mécanique des électrons de l'un des corps neutres frottés et par leur transfert sur l'autre. Le sens du transfert dépend de l'affinité électronique relative des deux corps.

b- Par contact avec un corps déjà électrisé;

En mettant en contact un corps préalablement électrisé avec un autre neutre, ce dernier va attirer à son tour des objets légers ;

c- Electrisation par influence ;

Approchons une tige en verre électrisée de la boule B initialement neutre, sans la toucher. Nous constatons que la boule est attirée par la tige, comme l'illustre la figure. La boule a été électrisée par influence. Lorsqu'on éloigne la tige électrisée, le pendule reprend sa position initiale.



Il existe d'autres modes d'électrisation. Par exemple, on peut électriser un corps, initialement neutre, en le reliant à une borne d'un générateur électrique.

Des expériences montrent que l'on peut ranger les corps schématiquement en deux classes:

- Ceux pour lesquels l'électrisation reste localisée au point où l'a apportée (par frottement par exemple) \Rightarrow isolants ou diélectriques.

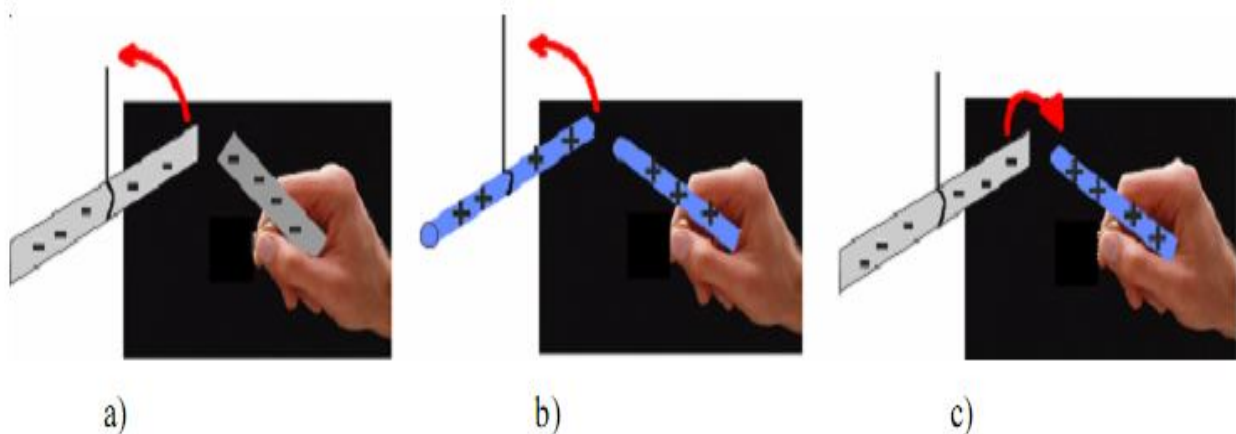
Exemple: verre, nylon, matières plastiques.

- Ceux pour lesquels l'électrisation se répend en tous les points du corps électrisé \Rightarrow conducteurs.

Exemple : métaux, corps humain, terre, eau.

1.2. Les deux sortes d'électricité

Si on frotte vigoureusement deux règles en plastique avec un chiffon, celles-ci se repoussent. On peut le constater en en suspendant une à un fil par son milieu, ce qui lui permet de tourner librement.



L'extrémité de l'autre règle est approchée de la règle mobile en le tenant à la main. De même lorsqu'on approche deux tiges de verre frottées de la même manière, elles se repoussent aussi. Par contre lorsqu'on approche celle de verre de celle en plastique ou réciproquement, elles s'attirent.

On est amené à admettre l'existence de deux sortes d'électricité:

L'une vitreuse ou positive et l'autre résineuse ou négative. Par ailleurs, un corps non électrisé est dit neutre, (Les charges électriques de même signe se repoussent, celles de signe contraire s'attirent).

A l'heure actuelle, on explique aisément l'apparition d'une charge électrique sur un objet frotté en faisant appel à la structure atomique de la matière.

1.3. L'électrisation et la constitution de la matière

La vision moderne de la matière décrit celle-ci comme étant constituée d'atomes. Ceux-ci sont eux-mêmes constitués d'un noyau (découvert en 1911 par Rutherford) autour duquel « gravite » une sorte de nuage composé d'électrons et portant l'essentiel de la masse. Ces électrons se repoussent les uns les autres mais restent confinés autour du noyau car celui-ci possède une charge électrique positive qui les attire. On attribue cette charge positive à des particules appelées protons. Cependant, le noyau atomique ne pourrait rester stable s'il n'était composé que de protons : ceux-ci ont en effet tendance à se repousser mutuellement. Il existe donc une autre sorte de particules, les neutrons (découverts en 1932 par Chadwick) portant une charge électrique nulle. Les particules constituant le noyau atomique sont appelées les nucléons.

Donc les atomes sont constitués de particules chargées, à savoir :

- Les électrons (e^-) responsables de la conduction électrique dans les métaux

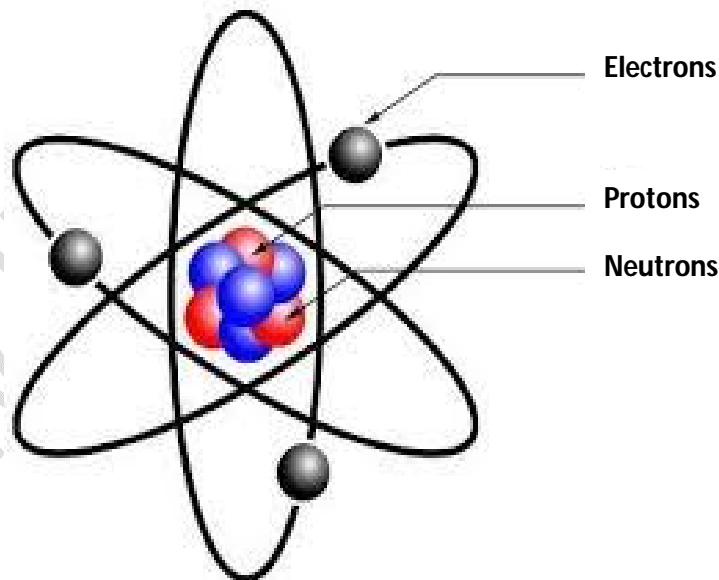
$$\text{Charge : } q_e = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Masse : } m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

- Les protons (H^+)

$$\text{Charge : } q_p = e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{Masse : } m_p = 1,67 \times 10^{-24} \text{ kg}$$



Il est admis qu'un atome neutre comprend:

Un noyau constitué de Z protons (de charge $+e$) et de N neutrons (neutre électriquement et de même masse que les protons).

Z électrons : particule de charge ($-e$) et dont la masse est 1836 fois plus faible que celle des nucléons, ils gravitent autour du noyau.

1.4. La conservation de la charge

Lorsqu'on électrise la règle en plastique ou la tige en verre, il n'y a pas création de charges électriques. Seulement un certain nombre d'électrons passent du chiffon à la règle ou de la tige au chiffon. Il y a transfert de charges d'un objet à l'autre : si un objet acquiert une charge $+Q$, l'autre acquiert une charge $-Q$. La somme des charges des deux objets reste nulle. Il s'agit d'un exemple de la loi de conservation de la charge électrique d'après laquelle :

La quantité nette de charge électrique produite au cours de n'importe quelle transformation est nulle.

Cette loi peut aussi s'exprimer sous la forme :

La charge électrique totale d'un système isolé reste constante.

1.5. Conducteurs et isolants

Tout phénomène électrostatique est donc du à la présence de charges électriques. Une charge électrique n'existe pas indépendamment d'un support matériel, même la charge élémentaire est portée par un électron qui est une particule matérielle.

L'expérience a toujours montré l'existence de deux catégories principales de matériaux, les conducteurs et les isolants.

1.5.1. Conducteurs

Dans un conducteur ou les électrons sont quasiment en état libre, l'arrivée d'un ou plusieurs électrons mène à une répartition de ces derniers sur toute la surface du conducteur pour que l'électrisation apparaisse sur tout le conducteur.

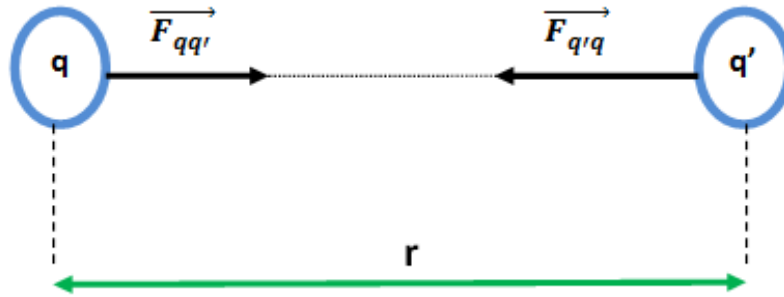
1.5.2. Isolants

Dans un isolant (diélectrique) parfait, les électrons sont fortement liés aux noyaux des atomes. Lorsqu'un ou plusieurs électrons arrivent sur un isolant, ils se conservent localement et l'électrisation se voit seulement au point où les électrons sont ajoutés.

D'autres matériaux se trouvent dans une situation intermédiaire, on peut les qualifier à la fois de mauvais isolants et de mauvais conducteurs : ce sont les semi-conducteurs.

2. Loi de Coulomb dans le vide

Considérons dans le vide deux charges électriques ponctuelles q et q' , placées respectivement en M et M' distants de r . Ces charges peuvent être positives ou négatives, mais dans le cas de la figure, nous supposons qu'elles sont de signe opposé.



La loi de Coulomb permet de déterminer la force $\vec{F}_{M'}$ exercée par q sur q' , ou encore la force \vec{F}_M exercée par q' sur q , ces deux forces étant égales et opposées, conformément au principe de l'action et la réaction.

Cette loi s'écrit :

$$\vec{F}_{q'q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'q}{r^2} \vec{u} = k \frac{q'q}{r^2} \vec{u}$$

Avec $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ S.I.}$

et $\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12} \text{ S.I.}$ La permittivité électrique du vide, la permittivité est une grandeur qui est liée à la réaction d'un milieu face à une interaction électrostatique, l'intensité de la force dépend de la nature du milieu, vide, air, eau,..).

Cette loi traduit l'interaction entre les deux objets q et q' , cette loi est considérée comme un axiome fondamental de l'électrostatique.

On peut en tirer désormais une définition du Coulomb:

C'est la charge d'un point électrisé qui, placé à un mètre d'une charge identique, subit de sa part une force de $9 \times 10^9 \text{ N}$.

Remarque

L'unité S.I (système international pour exprimer la charge électrique est le Coulomb symbole C).

C'est la quantité d'électricité traversant une section d'un conducteur parcouru par un courant d'intensité de 1 ampère pendant 1 seconde ($1 \text{ C} = 1 \text{ A}\cdot\text{s}$).

3. Ordres de grandeur des forces électrostatiques au niveau microscopique

- Envisageons le cas d'un proton et d'un électron qui dans un atome d'Hydrogène s'attirent selon une force coulombienne:

$$Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, r = 5 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,5 \text{ \AA} \text{ alors } F = 10^{-7} \text{ N}$$

- Comparons avec la force d'attraction gravitationnelle qui s'exerce entre ces deux particules.

$$F = k \frac{m_e M_p}{r^2},$$

$$k = 6,67 \times 10^{-11}, m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}, M_p = 1850 \times m_e \text{ alors } F = 4 \times 10^{-47} \text{ N}$$

- Considérons enfin le poids de ces particules (c-à-d. la force de gravitation que la terre exerce sur elles)

$$\text{Electron: } m_e \times g = 9 \times 10^{-30} \text{ N}$$

$$\text{Proton: } M_p \times g = 1,6 \times 10^{-26} \text{ N}$$

De ces exemples, on peut immédiatement conclure que dans les problèmes d'interaction entre particules, on pourra systématiquement négliger leur poids et leur interaction gravitationnelle, ceci au moins en première approximation.

Remarque

- La loi de Coulomb s'applique pour des distances telles que $r \geq 10^{-12} \text{ m}$; si $r < 10^{-12}$ elle n'est plus valable, car les charges ne peuvent plus être considérées comme ponctuelles.
- La force est répulsive si les charges sont de même signe, elle est attractive si elles sont de signes contraires.
- Dans le système d'unités international, l'unité de la charge électrique est le Coulomb (symbole C).

$$\text{Micro C (} 1\mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C) ; nano C (} 1\text{nC} = 10^{-9} \text{ C) ; pico C (} 1\text{pC} = 10^{-12} \text{ C)}$$

- Si les charges ne sont pas dans le vide : Dans le cas où le milieu qui entoure les charges (on l'appelle le diélectrique) est matériel et homogène comme l'air, un liquide, un gaz, un coefficient de correction doit être apporté à la formule précédente:

$$\vec{F}_{q'q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q'q}{r^2} \vec{u}$$

Avec ϵ_r est la permittivité relative du milieu diélectrique ambiant.

Exercices corrigés

Exercice 01

Soient quatre charges électrostatiques ponctuelles $+q$, $-2q$, $+2q$ et $-q$ (avec $q = 4 \times 10^{-6}$ C) placées respectivement aux quatre sommets A, B, C et D d'un carré de coté $a = 0,6$ m.

Trouver la force de Coulomb que subit une charge $+q$ placée au centre du carré.

Solution :

La charge au centre O du carré subit l'effet des quatre charges qui l'entourent. Le principe de superposition donne :

$$\vec{F}(O) = \vec{F}_{A/O} + \vec{F}_{B/O} + \vec{F}_{C/O} + \vec{F}_{D/O}$$

$$\text{Avec } \vec{F}_{A/O} = K \frac{(+q)(+q)}{OA^2} \cdot \vec{u}_A$$

Le vecteur position du point A par rapport au centre O du carré et du repère orthonormé est :

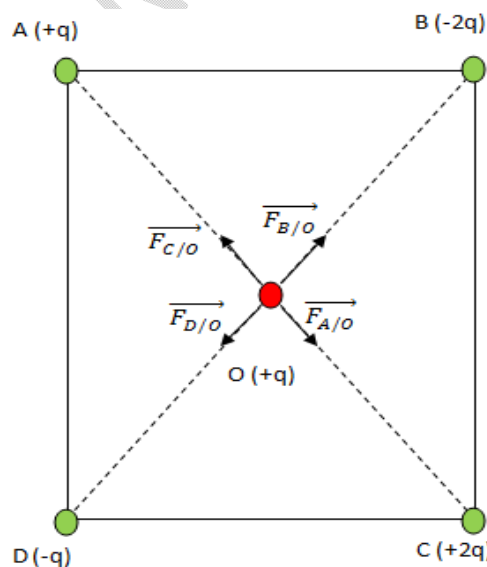
$$\vec{AO} = \frac{a}{2}\vec{i} - \frac{a}{2}\vec{j} \Rightarrow \|\vec{AO}\| = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \|\vec{BO}\| = \|\vec{CO}\| = \|\vec{DO}\|$$

Le vecteur unitaire \vec{u}_A a donc pour expression :

$$\vec{u}_A = \frac{\vec{AO}}{\|\vec{AO}\|} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$

Ainsi, on a :

$$\vec{F}_{A/O} = K \frac{q^2}{2a^2} \cdot (\sqrt{2}\vec{i} - \sqrt{2}\vec{j})$$



Charge électrostatiques placées aux sommets et au centre du carré de coté a.

De même manière, on détermine les autres forces :

$$\vec{F}_{B/O} = K \frac{-2q^2}{2a^2} \cdot (-\sqrt{2}\vec{i} - \sqrt{2}\vec{j}) = K \frac{q^2}{a^2} \cdot (\sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j})$$

$$\vec{F}_{C/O} = K \frac{2q^2}{2a^2} \cdot (-\sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}) = K \frac{q^2}{a^2} \cdot (-\sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j})$$

$$\vec{F}_{D/O} = K \frac{-q^2}{2a^2} \cdot (\sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}) = K \frac{q^2}{2a^2} \cdot (-\sqrt{2}\vec{i} - \sqrt{2}\vec{j})$$

D'où, la force coulombienne exercée sur la charge placée au centre O du carré est donnée par :

$$\vec{F}_O = K \frac{q^2}{a^2} \cdot (\sqrt{2}\vec{j}) = 0,566\vec{j} \text{ (N)}$$

Exercice 02

Sur la même verticale, on place, à une distance d l'une de l'autre, deux sphères d'aluminium, identiques A et B de rayon r ($r \ll d$), de masse volumique μ . La sphère supérieure A, fixe, porte une charge électrique $+q$; on désigne par x la charge de la sphère inférieure B.

- 1- Déterminer x pour que B demeure en équilibre à la distance d de A.
- 2- Les deux sphères sont mises en contact, puis éloignées d'une distance d sur un plan horizontal isolant. Calculer la force électrique qui agit sur chacune d'elles.

$$A.N \mu=2700 \text{ kg.m.s}^{-3}; d=10 \text{ cm}; r=0,2 \text{ mm}; g=10 \text{ m.s}^{-2}; q=10^{-8} \text{ C}$$

Solution :

- 1- L'équilibre de B est réalisé si : $\vec{F}_E + m\vec{g} = \vec{0}$, donc si x est négative .

or

$$mg = (4\pi r^3 \mu g)/3 \text{ et } F_E = q \cdot x / 4\pi \epsilon_0 d^2$$

Ainsi :

$$|x| = (16\pi^2 \epsilon_0 r^3 \mu g d^2) / 3q \approx 10^{-10} \text{ C}$$

- 2- La charge totale des deux sphères identiques en contact est $Q = q-x$, elle se répartit également entre A et B. Lorsque les deux sphères sont placées à la distance d , la force de répulsion s'écrit :

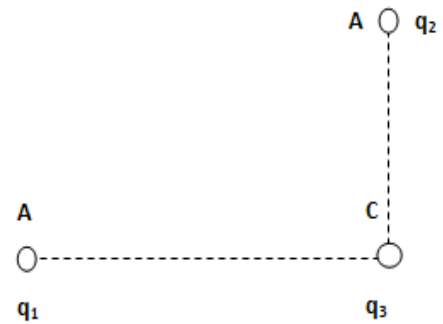
$$F'_E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q^2}{4d^2} = 2,2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

Exercice 03

Trois charges ponctuelles q_1 , q_2 et q_3 sont disposées comme l'indique la figure.

on pose $q_1=+1,5\times 10^{-3}$ C, $q_2=-0,5\times 10^{-3}$ C, $q_3=+0,2\times 10^{-3}$ C, $AC=1$ m et $BC=0,5$ m.

- 1- Trouver la force résultante \vec{F}_C qui agit sur q_3 .
- 2- Comment peut-on représenter les propriétés électriques de l'espace au point C ? Conclure.

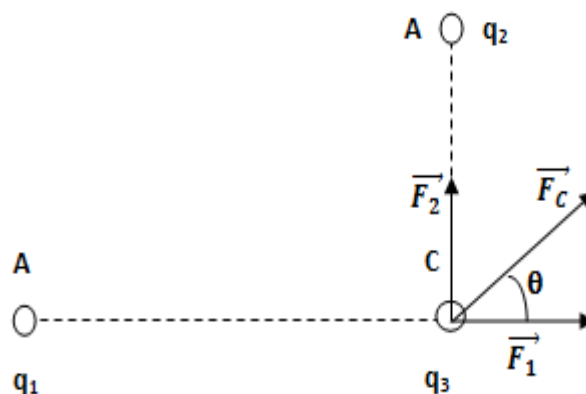


- 3- Déterminer le vecteur champ électrostatique créé au point C par les charges q_1 , q_2 , si l'on place en C la charge q_3 , retrouver la force qui agit sur cette dernière.

Solution :

- 1- La force de répulsion entre q_1 et q_3 est :

$$F_1 = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 AC^2} = 2,7 \times 10^3 \text{ N}$$



- La force d'attraction entre q_1 et q_3 est :

$$F_2 = |q_2|q_3/4\pi\epsilon_0 BC^2 = 3,6 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\vec{F}_C = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \text{ Avec } F_C = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} = 4,5 \times 10^3 \text{ N et } \text{tg } \theta = 1,333.$$

- 2- $\vec{F}_C = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \vec{AC}}{AC^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 \vec{BC}}{BC^2} \right) \cdot q_3$ la force qui agit sur q_3 est due aux charges q_1 et q_2 .

- La présence des charges q_1 et q_2 modifie les propriétés électriques de l'espace ; modification qui, au point C, peut être caractérisée par un vecteur :

$$\vec{E}_C = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{AC^2} \frac{\vec{AC}}{AC} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{BC^2} \frac{\vec{BC}}{BC} \right)$$

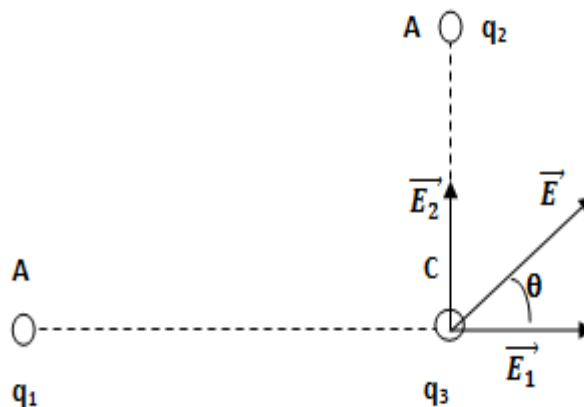
- Une charge électrique q modifie donc les propriétés de l'espace en créant en tout point M, à la distance r de la charge, un champ électrostatique

$$\vec{E} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

- Si, en ce point M, on place une charge q' , elle est soumise à une force :

$$\vec{F}' = q' \cdot \vec{E} = q' \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

3- La charge q_1 crée en C un champ



$$\vec{E}_1 = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{AC^2} \frac{\vec{AC}}{AC} \right), \text{ de même sens que } \vec{AC} \text{ et de module : } E_1 = 13,5 \times 10^6 V \cdot m^{-1}$$

La charge q_2 crée en C un champ

$$\vec{E}_2 = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{BC^2} \frac{\vec{BC}}{BC} \right) \text{ de sens contraire à celui de } \vec{BC} \text{ et de module : } E_2 = 18 \times 10^6 V \cdot m^{-1}$$

Les charges q_1 et q_2 créent en C un champ \vec{E} tel que $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ avec :

$$\vec{E} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 22,5 \times 10^6 V \cdot m^{-1} \text{ et } \text{tg } \theta = 1,333 \text{ (}\theta = \widehat{E_1CE}\text{)}.$$

Si l'on place en C la charge q_3 elle sera soumise à la force \vec{F} telle que $\vec{F} = q_3 \vec{E}$, de même sens que \vec{E} et de module $F = 4,5 \cdot 10^3 \text{ N}$. On retrouve ainsi $\vec{F} = \vec{F}_C$.