Université Ibn Khaldoun – Tiaret
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique

Département de l'Informatique
Module : Algèbre 01 (1ère Année LMD
2016-2017)

Fiche de TD n° 03

EXERCICE 01 :

Soit P^* l'ensemble des nombres premiers strictement supérieurs à 2. Et soit $\Re$ une relation définie sur P^* par : $\forall p,q \in P^*:\ p\Re q \Leftrightarrow \frac{p+q}{2} \in P^*$

- Etudier la réflexivité, la symétrie , l'antisymétrie et la transitivité de $\Re$.

EXERCICE 02 :

Soit $\Re$ une relation définie sur $E=\{0,1,2,3\}$ par son graphe comme suit :

$G_{\Re}=\{(0,0),(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$

1) Vérifier que $\Re$ est une relation d'équivalence.
2) Déterminer $\dot{0},\dot{1},\dot{2}$ et $\dot{3}$ et donner l'ensemble quotient $E/\Re$.

EXERCICE 03 :

Soit ψ une relation définie sur $\mathbb{R}$ par : $\forall x,y \in \mathbb{R}:\ x\psi y \Leftrightarrow x-y = x^2-y^2$

1. Montrer que ψ est une relation d'´equivalence
2. Déterminer $\dot{0}$ et $\dot{\sqrt{2}}$.

EXERCICE 04 :

Soit $\mathbb{S}$ une relation définie sur $\mathbb{Z}\times\mathbb{N}^*$ par :

$\forall (a,b),(c,d) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{N}^*:\ (a,b)\mathbb{S}(c,d) \Leftrightarrow ad=bc$

1. Montrer que $\mathbb{S}$ est une relation d'´equivalence
2. Soit $(p,q)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{N}^*$ avec $p\wedge q=1$. Déterminer la classe d'équivalence $\dot{\overbrace{(p,q)}}$.

EXERCICE 05 :

Soit T la relation définie sur $]1,+\infty[$ par : $\forall x,y \in]1,+\infty[:\ xTy \Leftrightarrow \frac{x}{1+x^2} \geq \frac{y}{1+y^2}$

1. Montrer qu'il s'agit d'une relation d'ordre.
2. L'ordre est-il total ?

EXERCICE 06 :

Soit φ la relation définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $\forall (a,b)\in\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*:\ a\ \varphi\ b \Leftrightarrow \exists n\in\mathbb{N}^*,\ b=a^n$

- Montrer que φ est une relation d'ordre partiel.