

DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUE À L'UNIVERSITÉ IBN
KHALDOUN TIARET

TD3 – Analyse complexe

Licence mathématique – L2– (2019–2020)

Exercice 1. Soit

$$\begin{aligned}\gamma : [0, 2] &\rightarrow \mathbb{C} \\ t &\rightarrow t^2 + it\end{aligned}$$

Calculez la longueur de γ .

Exercice 2. Calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_{|z+i|=1} \frac{e^z}{(z^2 + 1)^2} dz, \quad J = \int_{|z|=3} \frac{\sin(\pi z^2) + \cos(\pi z^2)}{z^2 - 3z + 2} dz, \quad H = \int_{|z|=1} \frac{\sin(z)}{z^3} dz,$$
$$K = \int_{|z|=2} \frac{1}{z^2 - 1} dz,$$

Exercice 3. soit $z = x + i.y$ et $f(z) = x^2 - y^2 + 2ixy = z^2$

Calculer l'intégrale complexe $\int_I f(z)dz$ dans les deux cas suivant :

1. I est la ligne brisée $z_1 z_2 z_3$ avec $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 + i$, $z_3 = 2 + 4i$
2. I est le morceau parabolique $y = x^2$ qui relie z_1 à z_3 .

Exercice 4. Soient a et b deux nombre réels strictement positives.

Donner une paramétrisation γ du bord du rectangle R défini par :

$$R = \{z \in \mathbb{C} / -a \leq \operatorname{Re}(z) \leq a; -b \leq \operatorname{Im}(z) \leq b\}$$

Calculer $\int_{\gamma} z^n dz$