

Exercice 1 : (EDs à variables séparables)

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$xy' = y \qquad (x^2 + 1)y' = 2xy$$

$$y' = y + 1 \qquad xyy' = y^2 + 1$$

$$(x^2 + 1)y' = y^2 + 1 \qquad y' = y\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$(1 + y^2)dx + xydy = 0.$$

Exercice 2 : (EDs homogènes)

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$x^2y' = xy - y^2 \qquad y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$$

$$2x^2y' = x^2 + y^2 \qquad xyy' = y^2 - x\sqrt{x^2 - y^2}.$$

Exercice 3 : (EDs linéaires)

Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$xy' + x + y = 0 \qquad 2y' - y - 6 = 0$$

$$y' + ay = e^{-x} \qquad xy' - y = (x + 1)e^{-x}$$

$$y' + 3\frac{y}{x} = \frac{e^x}{x^2} \qquad xy' + 2y = \frac{2x + 1}{x(x^2 + 1)}.$$

Exercice 4 : (Problèmes de Cauchy)

$$\begin{cases} y' - y = 1 \\ y(0) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y' = e^{-y} \\ y(1) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y' = 2x \cos^2 y \\ y(0) = \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x+2} + \frac{1}{4x} \\ y(-1) = 1. \end{cases} \quad (4)$$