Département mathématique à l'université Ibn Khaldoun Tiaret

TD0 – EDPM

Licence mathématique – L3– (2021–2022)

Exercice 1. *Soit $f : I\!R^2 \longleftarrow I\!R$ une fonction de C^1.*

1. *Soit $g : I\!R \longleftarrow I\!R$ avec*
$$g(t) = f(2 + 2t, t^2)$$
Calculer $g'(t)$ en fonction de $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$.

2. *Soit $h : I\!R^2 \longleftarrow I\!R$ avec*
$$h(u, v) = f(uv, u^2 + v^2)$$
Calculer $\frac{\partial h}{\partial u}$, $\frac{\partial h}{\partial v}$en fonction de $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$.

Exercice 2. *Dans chacun des problèmes d'EDP suivant, déterminer s'il s'agit de conditions initiales ou de conditions auxi limites, et dans ces dernier cas donner son type (Dirichlet, Neumannou robin) et son homogénéité :*

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} & = 0 \quad \text{sur} \quad \Omega \\ u & = g \quad \text{sur} \quad \partial\Omega \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} u_{tt} & = c^2 u_{xx} \quad \text{sur }]0, +\infty[\times]0, +\infty[\\ u_x(0, t) & = 0 \qquad \forall t \geq 0 \\ u(x, 0) & = f(x) \quad \forall x \geq 0 \\ u_t(x, 0) & = g(x) \quad \forall x \geq 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$
\begin{cases}
u_t & = Du_{xx} \quad \textit{sur }]0,L[\times]0,+\infty[\\
u_x(0,t) & = u_0 \sin(wt) \quad \forall t \geq 0 \\
u_x(L,t) + hu(L,t) & = 0 \quad \forall t \geq 0 \\
u(x,0) & = f(x) \quad \forall x \geq 0
\end{cases} \tag{3}
$$

$$
\begin{cases}
u_{tt} & = c^2 \nabla^2 u \quad \textit{sur }]-a,a[\times]-b,b[\times]0,+\infty[\\
u_x(-a,y,t) & = 0 \quad \forall y \in]-b,b[, \forall t \geq 0 \\
u(a,y,t) & = u_0 \sin(wt) \quad \forall y \in]-b,b[, \forall t \geq 0 \\
u(x,-b,t) & = 0 \quad \forall x \in]-a,a[, \forall t \geq 0 \\
u_y(x,b,t) & = ku(x,b,t) \quad \forall x \in]-a,a[, \forall t \geq 0 \\
u(x,y,0) & = f(x,y) \quad \forall x \in]-a,a[, \forall y \in]-b,b[\\
u_t(x,y,0) & = g(x,y) \quad \forall x \in]-a,a[, \forall y \in]-b,b[
\end{cases} \tag{4}
$$