

Université IBN Khaldoun, Tiaret
Département de Mathématiques
Module: ANALYSE 3,
Séries entières
Fiche TD 4

Exercice 1: Déterminer le rayon de convergence des séries entières suivantes

- 1/ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} x^n$
- 2/ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} x^n$
- 3/ $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^{n^2} x^n$
- 4/ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{3n}}{(3n)!} x^{3n}$
- 5/ $\sum_{n=1}^{+\infty} n x^{n^2}$

Exercice 2: Calculer les sommes des séries entières après avoir précisé leur rayon et domaine de convergence

- 1/ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n-1}{n!} x^n$
- 2/ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(n\alpha)}{n!} x^n$
- 3/ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cosh n}{n!} x^{2n}$

Exercice 3: Pour les séries entières suivantes, donner le rayon de convergence et exprimer leur somme en termes de fonctions usuelles

- 1/ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n+2}{n+1} x^n$
- 2/ $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+1)(n-2)}{n!} x^n$
- 3/ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n n!} x^{2n}$

Exercice 4: Déterminer le développement en série entière au voisinage de 0 des fonctions suivantes

- 1/ $f(x) = e^x, x \in \mathbb{R}$.
- 2/ $f(x) = \sinh(x), x \in \mathbb{R}$.
- 3/ $f(x) = \cosh(x), x \in \mathbb{R}$.
- 4/ $f(x) = \sin(x), x \in \mathbb{R}$.
- 5/ $f(x) = \cos(x), x \in \mathbb{R}$.
- 6/ $f(x) = \ln(1+x), x \in]-1, +\infty[$.