DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUE À L'UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN TIARET
Exercice TD2-2–EDPM

Licence mathématique – L3– (2022–2023)

Exercice 1. *Soit l'équation suivante :*

$$A(x,y)dx + B(x,y)dy = 0 \text{ où } A(x,y) = x - y, B(x,y) = x \tag{1}$$

1. *Calculer le facture intégrant μ solution de cette équation :*

$$B(x,y)\frac{\partial \mu}{\partial x} - A(x,y)\frac{\partial \mu}{\partial y} = \mu(x,y)(\frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x})$$

2. *Calculer la solution $H(x,y)$ avec $x_0 = 1$ et $y_0 = 0$ où*

$$H(x,y) = \int_{x_0}^{x} \mu(u,y)A(u,y)du + \int_{y_0}^{y} \mu(x_0,v)B(x_0,v)dv.$$

3. *Déduire la solution de (1).*

Exercice 2. *Soit l'équation suivante :*

$$G(x;y;z;p;q) = xp + yq - qpz = 0 \tag{2}$$

1. *Calculer*

$$X = \frac{\partial G}{\partial x}; Y = \frac{\partial G}{\partial y}; Z = \frac{\partial G}{\partial z}; P = \frac{\partial G}{\partial p}; Q = \frac{\partial G}{\partial q}$$

2. *Chercher une intégrale première H du système caractéristique suivant :*

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{pP + qQ} = \frac{-dp}{X + pZ} = \frac{-dq}{Y + qZ}$$

3. *Pour chaque valeur de λ, calculer $p; q$ solution de*

$$\begin{cases} G(x;y;z;p;q) & = & 0 \\ H(x;y;z;p;q) & = & \lambda \end{cases} \tag{3}$$

4. *z est fixé, résoudre pour chaque λ l'équation*

$$pdx + qdy = 0$$

   Les solution sont définies implicitement $\psi(\lambda;x;y;z) = cst$

5. *soit $x_0 = 0$, détermine $\phi(z)$ avec $\psi(\lambda;x_0;y;z) + \phi(z)$ est solution de*

$$q(x_0;y;z)dy - dz = 0$$

6. *Déduire l'intégral premier $F(x;y;z;\lambda;\mu) = \psi(\lambda;x;y;z) + \phi(z) + \mu$ de $G(x;y;z;\lambda;\mu) = 0$.*