

DÉPARTEMENT MATHÉMATIQUE À L'UNIVERSITÉ IBN
KHALDOUN TIARET
TD1 – EDPM

Licence mathématique – L3– (2022–2023)

Exercice 1. Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de C^1 .

1. Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ avec

$$g(t) = f(2 + 2t, t^2)$$

Calculer $g'(t)$ en fonction de $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$.

2. Soit $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ avec

$$h(u, v) = f(uv, u^2 + v^2)$$

Calculer $\frac{\partial h}{\partial u}, \frac{\partial h}{\partial v}$ en fonction de $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$.

Exercice 2. Dans chacun des problèmes d'EDP suivant, déterminer s'il s'agit de conditions initiales ou des conditions aux limites, et dans ces dernier cas donner son type (Dirichlet, Neumannou robin) et son homogénéité :

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & \text{sur } \Omega \\ u = g & \text{sur } \partial\Omega \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{xx} & \text{sur }]0, +\infty[\times]0, +\infty[\\ u_x(0, t) = 0 & \forall t \geq 0 \\ u(x, 0) = f(x) & \forall x \geq 0 \\ u_t(x, 0) = g(x) & \forall x \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} u_t = D u_{xx} & \text{sur }]0, L[\times]0, +\infty[\\ u_x(0, t) = u_0 \sin(wt) & \forall t \geq 0 \\ u_x(L, t) + hu(L, t) = f(x) & \forall t \geq 0 \\ u(x, 0) = f(x) & \forall x \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
u_{tt} = c^2 \nabla^2 u \quad \text{sur }] - a, +a[\times] - b, +b[\times] 0, +\infty[\\
u_x(-a, y, t) = 0 \quad \forall y \in] - b, +b[, \quad \forall t \geq 0 \\
u(a, y, t) = u_0 \sin(\omega t) \quad \forall y \in] - b, +b[, \quad \forall t \geq 0 \\
u(x, -b, t) = 0 \quad \forall x \in] - a, +a[, \quad \forall t \geq 0 \\
u_y(x, b, t) = k u(x, b, t) \quad \forall x \in] - a, +a[, \quad \forall t \geq 0 \\
u(x, y, 0) = f(x, y) \quad \forall x \in] - a, +a[, \quad \forall y \in] - b, +b[\\
u_t(x, y, 0) = g(x, y) \quad \forall x \in] - a, +a[, \quad \forall y \in] - b, +b[
\end{array} \right. \quad (4)$$