Département mathématique à l'université Ibn Khaldoun Tiaret

Exercice de TD3–EDPM

Licence mathématique – L3– (2022–2023)

Exercice 1. *Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on définit l'équation différentielle suivante :*

$$x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 3\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

1. *Déterminer pour quels points$(x; y)$ du plan, ce EDP linéaire d'ordre 2 est hyperbolique, parabolique ou elliptique.*

Exercice 2. *Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on défini l'équation différentielle suivante :*

$$2y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 4y\frac{\partial u}{\partial x} - 3u = 0$$

1. *Étudier le type de cette équation par rapport à x et y.*
2. *Définir les coordonnées caractéristiques de cette équation dans le cas hyperbolique.*
3. *Écrire la forme canonique de cette équation dans le cas hyperbolique.*

Exercice 3.

Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on défini l'équation différentielle suivante:

$$y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

1. Étudier le type de cette équation par rapport à x et y.
2. Définir les coordonnées caractéristiques de cette équation dans le cas hyperbolique.
3. Écrire la forme canonique de cette équation dans le cas hyperbolique.