Département mathématique à l'université Ibn Khaldoun Tiaret
Exercice de TD4–EDPM

Licence mathématique – L3– (2022–2023)

Exercice 1. *Soit* $(x, y) \in \mathbb{R}_*^2$ *, on définit l'équation différentielle suivante :*

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{y}{x}\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

1. *Étudier le type de cette équation par rapport à* x *et* y.
2. *Définir les coordonnées caractéristiques de cette équation.*
3. *Écrire la forme canonique de cette équation.*

Exercice 2. *Soit* $(x, y) \in \mathbb{R}_*^2$ *, on définit l'équation différentielle suivante :*

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4x\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 4x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2\frac{\partial u}{\partial y} = x^2$$

1. *Étudier le type de cette équation par rapport à* x *et* y.
2. *Définir les coordonnées caractéristiques de cette équation.*
3. *Écrire la forme canonique de cette équation.*

Exercice 3. *Soit* $(x, y) \in \mathbb{R}_*^2$ *, on définit l'équation différentielle suivante :*

$$y^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

1. *Étudier le type de cette équation par rapport à* x *et* y.
2. *Définir les coordonnées caractéristiques de cette équation.*
3. *Écrire la forme canonique de cette équation.*

Exercice 4. *Soit* $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ *, on définit l'équation différentielle suivante :*

$$e^y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{2}e^y\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2}e^x\frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

1. *Étudier le type de cette équation par rapport à* x *et* y.
2. *Définir les coordonnées caractéristiques de cette équation.*
3. *Écrire la forme canonique de cette équation.*